



Doctorado Interinstitucional en Educación

ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Documento de énfasis | Universidad Pedagógica Nacional | Abril de 2023

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	3
JUSTIFICACIÓN DEL ÉNFASIS	4
PROPÓSITOS DEL ÉNFASIS	7
LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN DEL ÉNFASIS	9
ARGUMENTACIÓN EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	9
TECNOLOGÍA DIGITAL EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	15
CRÍTICA Y JUSTICIA SOCIAL EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA	22
NARRATIVAS Y DIVERSIDAD EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA	29
FORMACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS.....	35
EQUIPO DE INVESTIGACIÓN QUE SOPORTA EL ÉNFASIS.....	44
GRUPOS DE INVESTIGACIÓN	44
ÍNTEGRANTES DE LOS GRUPOS.....	44
REFERENCIAS	47

INTRODUCCIÓN

A través de este documento se exponen, al público en general, aspectos que apoyan el conocimiento de algunos aspectos centrales y descriptivos del *Énfasis en Educación Matemática del programa de Doctorado Interinstitucional en Educación, con sede en la Universidad Pedagógica Nacional [ÉEM-DIE-UPN]* y, a los aspirantes a ingresar a este énfasis del Doctorado, elementos que constituyen una base para la toma de decisiones.

Su contenido se basa en el documento que se elaboró para el proceso de aval del énfasis por parte de las instancias institucionales correspondientes (Guacaneme, Molina, Camargo & Salazar, 2022) y actualiza y amplía las descripciones sobre las líneas de investigación del Énfasis.

En primera instancia, se presenta la [justificación](#) del Énfasis y, en seguida, se exponen sus [propósitos](#). Posteriormente, se presentan cinco [líneas de investigación](#) en las que se inscriben las tesis; cada una de las líneas se describe a través de cinco apartados, a saber: Presentación de la línea, Intereses de la línea en la comunidad académica, Perspectivas o enfoques de la línea, Posicionamiento del grupo y asuntos de interés y Referencias específicas de la línea. Luego de la descripción de las líneas se exponen algunos datos relativos al [equipo de investigación](#) que soporta el Énfasis. El documento finaliza con las [referencias bibliográficas](#).

El documento ha sido construido por los doctores Leonor Camargo Uribe, Edgar Alberto Guacaneme Suárez, Óscar Javier Molina Jaime, Claudia Salazar Amaya y Elizabeth Torres Puentes, responsables del ÉEM-DIE-UPN.

JUSTIFICACIÓN DEL ÉNFASIS

Se pueden reconocer varias razones que justifican la existencia del ÉEM-DIE-UPN. La primera de ellas alude a la **valoración de la tradición investigativa en el campo** al que se refiere el énfasis. En efecto, en la Universidad Pedagógica Nacional existe una importante trayectoria en el campo de investigación Educación Matemática. Esta trayectoria tiene hitos significativos en el trabajo y producción de los grupos de investigación de su Departamento de Matemáticas. De estos hitos es factible y pertinente recoger las experiencias investigativas de dos grupos y potenciarlas en el marco del DIE-UPN.

Por una parte, de manera no ajena a la dinámica nacional e internacional en Educación Matemática, la investigación del grupo *Didáctica de la Matemática* ha abordado, por cerca de tres décadas, el estudio de fenómenos socioculturales involucrados en procesos de aprendizaje-enseñanza-evaluación de las matemáticas. Así, este grupo ha asumido la tarea de ampliar las fronteras del conocimiento en Educación Matemática, desde una perspectiva multidisciplinar. En este sentido, entre otros asuntos, se han estudiado objetos relativos a la Geometría y procesos matemáticos tales como argumentar, conjeturar, visualizar, representar, etc. Asimismo, ha habido un interés por investigar la mediación instrumental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (p. e., uso de entornos de geometría dinámica y uso de artefactos tecnológicos como mediadores semióticos) e indagar de manera sistemática sobre el aprendizaje desde la participación en una comunidad de aula basada en la indagación y la argumentación y sobre la gestión del profesor en un aula tal. También la relación entre la educación matemática y sociedad ha ocupado un muy importante lugar en la investigación desarrollada por el grupo (p. e., la indagación sobre la formación de competencias ciudadanas, la formación política de un sujeto desde las matemáticas o la formación en matemáticas con personas con alguna discapacidad o en situaciones de vulnerabilidad).

En estos ámbitos, la investigación del grupo *Didáctica de la Matemática* ha aportado a la discusión académica en diversas líneas de pensamiento, tales como: las trayectorias individuales de aprendizaje, enmarcadas en sus orígenes culturales, históricos, sociales y políticos, que son determinantes de los modos de pensar, razonar y comportarse matemáticamente (Lerman, 2000); los enfoques relativos a la Práctica Social (Clark, 2005, Hemmi, 2006, Camargo, 2010); el aprendizaje participativo y discurso (Sfard, 2008); la Matemática Crítica (Valero & Skovsmose, 2012); y, los aspectos semióticos en el aprendizaje (Sáenz-Ludlow, 2016; Bartolini-Bussi & Mariotti, 2008), entre otros.

Por otra parte, hace poco más de una década el grupo *Research on Mathematics Teacher Education* [RE-MATE] ha asumido la formación del profesor de matemáticas como campo y objeto de investigación. Este interés investigativo surge del reconocimiento de que las prácticas matemáticas que se promueven en la escuela están determinadas, entre otros factores fundamentales, por la formación de los profesores de matemáticas y de que esta, a la vez que es objeto de acción educativa, debe ser objeto de acción investigativa. En esta dirección, se han venido adelantado trabajos investigativos en torno: a la conformación del conocimiento del profesor de matemáticas, el lugar que en este ocupa la Historia y Filosofía de las Matemáticas o la Didáctica de las Matemáticas, el conocimiento del formador de profesores de matemáticas, las posibilidades y necesidades de un conocimiento interdisciplinar en la formación de profesores de matemáticas, el papel que cumplen las narrativas personales y profesionales en la re-constitución, re-construcción o re-figuración del profesor de matemáticas como intelectual y profesional, entre otros asuntos.

Bajo esta óptica el grupo RE-MATE ha estado aportando a la constitución del constructo “identidad del profesor de matemáticas”, que se entiende integrado por al menos tres dimensiones (el saber, el hacer y el ser del profesor de matemáticas) y por sus interacciones dialógicas. Bajo esta misma óptica de dimensiones e interacciones, se va abriendo paso la investigación sobre la “identidad del formador de profesores de matemáticas”.

El ÉEM-DIE-UPN encuentra entonces en la trayectoria investigativa de los grupos *Didáctica de la Matemática* y *RE-MATE* una primera justificación de existencia; además, bajo esta perspectiva el Énfasis constituye el ámbito académico para generar nuevas vías de desarrollo de conocimiento en las líneas de investigación de los grupos.

Una segunda justificación refiere a la trayectoria de los integrantes de los dos grupos de investigación en el **apoyo a procesos de formación avanzada**, particularmente en la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad. Durante más de tres décadas este programa, acreditado de alta calidad, ha aportado a la formación en y para la investigación en Educación Matemática a través del diseño y desarrollo de trabajos de grado y tesis, así como del diseño y orientación de seminarios con aportes conceptuales del campo y metodológicos para la investigación educativa. Un vistazo a los *Curriculum Vitae* de los doctores pertenecientes a los grupos de investigación permite constatar su experticia en la asesoría de trabajos de grado y tesis en la Maestría, así como su participación en la docencia en este y otros programas de formación avanzada. El ÉEM-DIE-UPN constituye ahora el escenario por excelencia para realizar procesos

análogos, pero en este caso para la formación en/sobre la investigación profesional en Educación Matemática.

Una mención particular, aunada a esta segunda justificación, merecen algunas acciones que doctores del ÉEM-DIE-UPN han realizado en el mismo énfasis de la Universidad del Valle. Ya en 2013 la doctora Leonor Camargo fue invitada al *Primer encuentro nacional del énfasis en Educación Matemática* en el que se le solicitó adelantar gestiones que conllevaran a la creación del Énfasis en la Universidad; unas de tales gestiones se llevaron a cabo en 2017 y 2018 para favorecer el carácter interinstitucional del Énfasis. En 2019 y 2020 la doctora Camargo y el doctor Edgar Guacaneme atendieron positivamente las invitaciones a participar como profesores de módulos de seminarios del Énfasis en la Universidad del Valle; también, entre 2020 y 2021 la doctora Camargo fungió como directora de una tesis doctoral del Énfasis de esta universidad. Además, en 2021 la doctora Claudia Salazar estuvo invitada a una sesión de un seminario del Énfasis en la Universidad Distrital; allí presentó su tesis y expuso su visión sobre la perspectiva narrativa en Educación Matemática. Asimismo, la doctora Elizabeth Torres en 2021 fue invitada a una sesión de un seminario del DIE-UD sobre el uso de las narrativas y el lugar en su tesis doctoral de los planteamientos de Paul Ricoeur. Las anteriores acciones constituyen evidencias del interés por participar en el Énfasis y en el reconocimiento a la trayectoria de los doctores.

Un argumento adicional que se articula a la segunda razón expuesta y que justifica la existencia del ÉEM-DIE-UPN refiere a la proyección deseable que la Universidad tiene para sus profesores que obtienen sus títulos de doctorado. Como es obvio, la Universidad espera que los profesores que cuenten con este nivel de formación participen de manera decidida en los programas de formación avanzada, particularmente en el Doctorado Interinstitucional en Educación. De esta manera, se busca mantener la dinámica del programa e incorporar perspectivas novedosas que conlleven a una ampliación y mejoramiento de la oferta formativa en y para la investigación. Para el caso del ÉEM-DIE-UPN este fue primero aceptado y desarrollado como una línea de investigación articulada al Énfasis en Educación en Ciencias; al estar aquí ubicado se favoreció la admisión de estudiantes, la oferta de seminarios doctorales para los espacios de Educación y Pedagogía y de Énfasis, así como la participación en la Cartelera Doctoral. Estas experiencias naturalmente han favorecido la comprensión y compenetración con las dinámicas del Doctorado.

PROPÓSITOS DEL ÉNFASIS

El propósito esencial del ÉEM-DIE-UPN es contribuir al desarrollo del programa doctoral en el ámbito de la Universidad y de la naturaleza interinstitucional de este. En este sentido, las acciones que se emprendan aportarán a la formación de investigadores de alto nivel en el campo de la educación y, particularmente, de la Educación Matemática.

Bajo este horizonte, las actividades académicas del Énfasis buscan contribuir específicamente en la formación de dos asuntos: (i) fundamentación conceptual sobre los campos Educación y Educación Matemática, con foco en algunas líneas y (ii) desarrollo de competencias profesionales en investigación educativa.

En relación con el primer asunto, se pretende que los estudiantes del Doctorado profundicen sobre los asuntos conceptuales relativos a los campos citados y, en ese marco, determinen aquellos elementos que les permite profundizar sobre el problema de investigación y los aspectos teóricos que permiten comprender conceptualmente la problemática planteada.

Con respecto al segundo asunto, se busca el fortalecimiento, tanto teórico como práctico, de competencias en investigación educativa. Con “teórico”, se hace referencia al reconocimiento de la investigación en los campos referenciados como objeto de estudio y, en ese marco, se determine el carácter investigativo del problema y las diferentes perspectivas y estrategias metodológicas pertinentes para abordarlo. Con lo “práctico” se quiere destacar el principio de *aprender a investigar investigando*; con esto se quiere indicar que las competencias para elaborar profesionalmente una investigación se exigen y promueven a través del desarrollo de las diferentes fases que implica la elaboración de una tesis (*v. g.*, la identificación de un problema, la construcción de un proyecto para abordarlo, el desarrollo del proyecto, la precisión de los resultados de dicho desarrollo, la explicitación de las tesis que implican los resultados y la comunicación del proceso de investigación y las tesis decantadas). En resumen, la tesis se entiende como un medio para obtener aprendizajes y producir conocimiento en relación con asuntos involucrados en el problema de investigación.

Por otro lado, con el ÉEM-DIE-UPN se busca establecer y consolidar sinergias con los equipos del Énfasis en Educación Matemática de las Universidades Distrital y del Valle para propiciar reflexión, construcción conceptual, discusión y puesta en común de lenguajes teóricos y problemas de investigación propios del campo. En ese sentido, el ÉEM-DIE-UPN se plantaría como objetivo desarrollar, junto con tales universidades, investigación original que asegure la ampliación de las fronteras del conocimiento y la

formación de investigadores del más alto nivel. El trabajo mancomunado de los doctores y estudiantes de las tres universidades haría más factible la naturaleza interinstitucional que caracteriza al Doctorado al posibilitar la realización de proyectos comunes de producción de conocimiento. Así mismo, el ÉEM-DIE-UPN tendría una oportunidad sinigual para apropiar y potenciar las experiencias formativas e investigativas de las universidades antes citadas dado el reconocimiento y la trayectoria de sus Énfasis en Educación Matemática.

LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN DEL ÉNFASIS

El equipo de profesores del ÉEM-DIE-UPN está principalmente interesado en apoyar el diseño de proyectos de investigación que conlleven a tesis en las siguientes líneas de investigación:

- Argumentación en la educación matemática.
- Tecnología digital en la educación matemática.
- Crítica y justicia social en educación matemática.
- Narrativas y diversidad en la educación matemática.
- Formación del profesor de matemáticas.

En esta sección se hacen sendas descripciones de estas líneas de investigación, a través de las cuales se soporta el ÉEM-DIE-UPN. Adicionalmente, se precisan los asuntos de interés que definen potenciales objetos de estudio de las tesis doctorales. Antes de entrar en los detalles de las líneas de investigación, vale precisar que las líneas *Argumentación en educación matemática* y *Tecnología digital en la educación matemática* han sido desarrolladas principalmente por parte de un colectivo de investigación (Aprendizaje y enseñanza de la Geometría - AEG) del grupo *Didáctica de la Matemática*; así mismo, las líneas *Crítica y justicia social en la educación matemática* y *Narrativas y diversidad en la educación matemática* han sido desarrolladas por el colectivo de investigación (Educación Matemática, Diversidad y Subjetividades - EDUMADIS) del mismo grupo. Análogamente, la *Formación del profesor de matemáticas* ha sido primordialmente abordada por el grupo *Research on Mathematics Teacher Education - RE-MATE*.

Argumentación en la educación matemática

Presentación de la línea

Desde su surgimiento, en la década del ochenta del siglo pasado, la línea *Argumentación en educación matemática* es expresión del consenso generalizado en la comunidad académica sobre la necesidad de involucrar a niños y jóvenes en el proceso de argumentación. En ese sentido, directrices curriculares actuales en diferentes países, incluido Colombia, proponen como una meta educativa para el área de matemáticas, que los niños y jóvenes aprendan a argumentar (MEN, 1998; NCTM, 2010; MEN, 2006). La argumentación no solo se considera como un aprendizaje escolar esencial en sí mismo, sino que se ve como un proceso fundamental en la construcción de conoci-

miento. Varios autores señalan que los estudiantes aprenden matemáticas y ganan autonomía en la medida que argumentan colectivamente, en actividades que implican interacción social en clase (Yackel y Cobb, 1996; Yackel, 2001). Con el ánimo de que estas directrices se manifiesten con mayor fuerza en los planes de estudio de las matemáticas escolares y en los programas de formación de profesores de matemáticas, la investigación sobre argumentación matemática ha tenido un creciente y constante desarrollo en la comunidad académica de educadores. El interés en la línea y sus avances se ven reflejados en la publicación de diversos tipos de textos tales como: el *Handbook* del ICME 2012 (Hanna y de Villiers, 2012); libros especializados sobre el tema (Reid y Knipping, 2010); capítulos de *Handbooks* del PME de 2006 y 2016 (Mariotti, 2006; Stylianides, Bieda y Morselli, 2016); y varios artículos de revistas especializadas (una colección útil al respecto se encuentra en el sitio <http://www.lettredela-preuve.org/>).

Intereses de la línea en la comunidad académica

Como se vislumbra de las ideas previas, la investigación en esta línea está en auge internacionalmente y lejos de cerrarse; los asuntos de interés han evolucionado a lo largo de décadas, de acuerdo con los desarrollos generales de la investigación en el campo de la Educación Matemática. Un rápido repaso a las contribuciones evidencia que los estudios han estado centrados en (Stylianides, Bieda y Morselli, 2016): (i) concepciones de los alumnos (y más recientemente de los profesores) sobre la argumentación; (ii) aspectos sobre la argumentación que deben involucrarse en las matemáticas escolares; (iii) dificultades de los alumnos para enfrentarse a argumentar; (iv) intervenciones de enseñanza adecuadas para solventar dificultades y promover el aprendizaje de la argumentación; (v) competencias o conocimientos de los profesores para hacer gestiones que favorezcan un mejor desempeño de sus estudiantes en procesos de argumentación; y (vi) formación de profesores sobre los asuntos listados previamente. Vale indicar que los dos últimos asuntos justifican que un aspecto de interés en la línea –que ha venido ganando un espacio importante– tiene que ver con la formación del profesor de matemáticas.

Autores como Calderón y León (1996), Ball, Hoyles, Jahnke y Novshovitz-Hadar (2002), Mariotti, (2006), Crespo (2007), Selden y Selden (2009) y Camargo, (2010) plantean la necesidad de comprometerse, desde la investigación, con estudios que re-examinen herramientas metodológicas que orienten el desarrollo curricular en los diferentes niveles educativos, funciones de la argumentación en la formación matemá-

tica de las personas, formación de profesores sobre asuntos de la argumentación matemática y relaciones de la argumentación con otros procesos de la actividad matemática.

Perspectivas o enfoques

Es importante y necesario reconocer que son varias las perspectivas o enfoques a partir de los cuales la comunidad de educadores matemáticos ha abordado los asuntos de interés citados. Estos, derivan de las diversas posturas epistemológicas que sobre la argumentación existen (Mariotti, 2006; Reid y Knipping, 2010) –e.g., sociocultural (Krummheuer, 1995), cognitivista (Duval, 1991; 1999), estructuralista (Toulmin, 2007), discursiva (Anscombe y Ducrot, 1994), pragma-dialéctica (van Eemeren y Grootendorst, 2004)–.

Así, dependiendo de la perspectiva que se adopte, algunos intereses investigativos se especializan. Por ejemplo, desde una perspectiva cognitivista-estructuralista los intereses se focalizan en proponer una tipificación específica de argumentación (inductiva, abductiva, deductiva, analógica) cuyo criterio es lo que el sujeto infiere a partir de una información con la que cuenta; y desde las perspectivas sociocultural y pragma-dialéctica, algunos de los intereses se concentran en precisar cómo es la argumentación en una comunidad, cómo se identifican argumentaciones en una interacción y qué tareas o recursos de mediación promueven la argumentación colectiva.

Adicionalmente, dependiendo de la postura que se adopte, es posible describir la relación entre la argumentación y otros procesos de la actividad matemática. Por ejemplo, si interesa indagar la relación argumentación-demostración, algunos investigadores que adoptan una postura con rasgos socioculturales indicarán que existe una asociación estrecha entre estos (e. g., Boero, Garuti, Lemut y Mariotti, 1996; Boero, 1999; Boero, Douek, Morselli y Pedemonte, 2010; Krummheuer, 1995; Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., Epp, S., & Tanguay, D., 2012); otros, con una perspectiva con rasgos más cognitivistas, precisarán que son procesos sustancialmente diferentes (e.g., Duval, 1991; 1999).

Posicionamiento del grupo y asuntos de interés para las tesis

En el grupo de investigación Didáctica de la Matemática de la UPN hemos sido eclécticos con respecto a las perspectivas que enmarcan los diversos estudios investigativos. Aspectos en los que se ha tenido desarrollo y nos interesa que sean focos y asuntos de interés en las tesis doctorales, se presentan en la siguiente tabla:

Focos	Asunto de interés	Referencias
La argumentación matemática asociada a la formulación y validación de conjeturas, producto de la resolución de problemas, en el marco de tareas colectivas.	Tipos de argumentación que surgen en procesos de exploración, conjeturación y demostración.	Molina (2019) Molina y Samper (2019) Echeverry, Molina, Samper, Perry y Camargo (2012) Molina, Font y Pino-Fan (2019) Molina, Font y Pino-Fan (2021)
El diseño curricular para favorecer la argumentación matemática en diversos niveles educativos.	Tipo de tareas que favorecen tipos de argumentación matemática. Entornos de aprendizaje y mediación del profesor para favorecer la argumentación matemática.	Perry, Samper, Camargo y Molina (2013) Molina y Pino-Fan (2018) Molina y Samper (2019) Molina, Font y Pino-Fan (2021)
La tecnología digital como recurso para favorecer la argumentación matemática.	La mediación semiótica o instrumental de la tecnología digital para favorecer diversos tipos de argumentos.	Camargo, Perry, Samper, Molina y Echeverry (2010) Sua y Camargo (2019) Molina y Samper (2019)
La argumentación matemática como una práctica discursiva en ambientes de participación colectiva.	Rasgos específicos que identifican discursos argumentativos en el aula de matemáticas.	Camargo (2010) Molina, Samper, Perry y Camargo (2011)
Rasgos del conocimiento del profesor sobre aspectos relativos a la argumentación matemática.	Dimensiones y facetas del conocimiento del profesor sobre argumentación. Criterios de idoneidad para diseñar o evaluar procesos de instrucción relativos a la argumentación matemática.	Molina y Camargo (En publicación) [Cátedra doctoral 2021] Molina, Camargo, Perry y Samper (En publicación) [Semana de investigación 2022]
El diseño curricular para formación de profesores sobre argumentación matemática.	Tareas de formación profesional que favorecen el aprendizaje relativo a la enseñanza de la argumentación.	

Referencias

- Anscombe, J. C. y Ducrot, O. (1994). *La argumentación en la lengua*. Madrid: Gredos
- Ball, D. L., Hoyles, C., Jahnke, H. N., & Movshovitz-Hadar, N. (2002). The Teaching of Proof. *Proceedings of ICMI 2002(3)*, 907-920.
- Boero, P. (1999). Argumentation and mathematical proof: A complex, productive, unavoidable relationship in mathematics and mathematics education. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*. Obtenido de <http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/990708Theme/990708The meUK.html>
- Boero, P., Douek, N., Morselli, F., & Pedemonte, B. (2010). Argumentation and proof: a contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. En M. M. Pinto, & T. F. Kawasaky (Ed.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, págs. 179-204. Belo Horizonte, Brazil: PME.
- Boero, P., Garuti, R., Lemut, E., & Mariotti, M. (1996). Challenging the traditional school approach to theorems: A hypothesis about the cognitive unity of theorems. En L. Meira, & D. Carraher (Ed.), *Proceedings of the 19th PME International Conference*, 2, págs. 113-120.
- Calderón, D., y León, O. (1996). *La argumentación en matemáticas en el aula: una oportunidad para la diversidad*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- Camargo, L. (2010). Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria. (Tesis doctoral), Universitat de València, Valencia.
- Camargo, L., Samper, C., Perry, P., Molina, O., & Echeverry, A. (2010). Use of dragging as organizer for conjecture validation. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis, *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2 (págs. 257-264). Thessaloniki, Greece : PME.
- Crespo, C. (2007). Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la sociopistemología. (Tesis Doctoral). Centro de Investigación y Posgrado, CICATA.
- Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., Epp, S., & Tanguay, D. (2012). Argumentation and Proof in the Mathematics Classroom. En G. Hanna, & M. de Villiers, *Proof and Proving in Mathematics Education* (págs. 349-368). New York: Springer.
- Duval, R. (1991). Structure du raisonnement deductif et apprentissage de la demonstration Duval. *Educational Studies in Mathematics*, 22(3), 233-261.
- Duval, R. (1999). *Algunas cuestiones relativas a la argumentación*. Obtenido de Lettre de la Preuve:

<http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/991112Theme/991112The meES.html>

- Hanna, G., & de Villiers, M. (2012). *Proof and Proving in Mathematics Education*. New York: Springer.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb, & H. Bauersfeld, *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (págs. 229–269). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mariotti, M. (2006). Proof and Proving in Mathematics Education. En A. Gutiérrez, & P. Boero, *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future* (págs. 173-204). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Molina, O. (2019). *Sistema de normas que influyen en procesos de argumentación: un curso de geometría del espacio como escenario de investigación*. Universidad de Los Lagos (Chile). Directores: L. Pino-Fan y V. Font.
- Molina, O. y Camargo, L. (En publicación). *El desafío de la formación de profesores de matemáticas en relación con los procesos matemáticos: el caso de la argumentación*. Cátedra Doctoral. DIE, UPN.
- Molina, Camargo, Perry y Samper (En publicación). Diseñar tareas: oportunidad para construir conocimiento sobre argumentación matemática y estrategia en la formación de profesores. En *Trazos y horizontes de la investigación educativa. Reflexiones desde la pospandemia*. Bogotá: Fondo Editorial UPN.
- Molina, O., Font, V. y Pino-Fan, L. (2021). Norms That Regulate the Theorem Construction Process in an Inquiry Classroom of 3D Geometry: Teacher's Management to Promote Them. *Mathematics*, 9(18), 2296.
- Molina, O., y Pino-Fan, L. (2018). Diferencias entre discursos colectivos (verbales) e individuales (escritos) al hacer demostraciones en geometría: una explicación a partir del sistema de normas. *Educación Matemática*, 2(30).
- Molina, O., Pino-Fan, L. y Font, V. (2019). Estructura y dinámica de argumentos analógicos, abductivos y deductivos: un curso de geometría del espacio como contexto de reflexión. *Enseñanza de las Ciencias*, 37(1), 93-116.
doi:<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2484>
- Molina, O., y Samper, C. (2019). Tipos de problemas que provocan la generación de argumentos inductivos, abductivos y deductivos. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62).

- Molina, Samper, Perry y Camargo (2011). Actividad demostrativa: participar en la producción de un teorema. *Revista Integración*, 29 (1), 73–96.
- National Council of Teachers of Mathematics (2010). The common core state standards for mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Perry, P., Samper, C., Camargo, L., & Molina, O. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario. En C. Samper, & O. Molina, *Geometría Plana: un espacio de aprendizaje* (págs. 13-36). Bogotá: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.
- Reid, D., & Knipping, C. (2010). *Proof in Mathematics Education. Research, Learning and Teaching*. Rotterdam: Sense Publishers.
- , Selden, J. y Selden, A. (2009). Understanding the proof construction process. *Proceeding of ICMI Study*, 19(2), 196 - 201.
- Stylianides, A., Bieda, K., & Morselli, F. (2016). Proof and Argumentation in Mathematics Education Research. En A. Guitérrez, G. Leder, & P. Boero, *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (págs. 315-352). Rotterdam: Sense Publishers.
- Sua. C. y Camargo, L. (2019) Geometría dinámica y razonamiento científico: Dúo para resolver problemas. *Educación Matemática*. 31(1), 7-37.
- Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and argumentation in mathematics classrooms. *Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education PME-25* (págs. 1-9). Utrecht: PME.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.

Tecnología digital en la educación matemática

Presentación de la línea

La línea de investigación *Tecnología digital en la educación matemática* se ha ocupado, principalmente desde la década del noventa del siglo pasado, de examinar fenómenos relacionados con la mediación de la tecnología digital en la enseñanza y el aprendizaje de niños, jóvenes y docentes. Se han propuesto marcos teóricos y herramientas metodológicas para orientar el desarrollo curricular y alimentar los debates actuales sobre el papel de la tecnología digital en la educación matemática. El interés en la línea y sus avances se ven reflejados en la publicación de diversos tipos de textos tales como: capítulos de *Handbooks* del PME de 2006 y 2016 (Ferrara, Pratt y Robutti, 2006; La-

borde, Kynigos, Hollebrands y Strässer, 2006; Sinclair y Yerushalmy, 2016); libros especializados (Clark-Wilson, Robutti y Sinclair, 2014; Leung y Baccaglioni-Frank, 2017); ponencias en eventos (tales como el PME y el ICMI) y artículos en revistas especializadas (tales como *The International Journal for Technology in Mathematics Education* o el *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*).

Intereses de la línea en la comunidad académica

Algunas problemáticas que se abordan en investigación, desde el punto de vista teórico y práctico, tienen que ver, entre otros asuntos, con: (i) los cambios en la naturaleza de la actividad matemática cuando media una tecnología digital en su desarrollo; (ii) características y herramientas de este tipo de recursos que favorecen la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; (iii) retos que enfrentan los profesores de matemáticas que pretenden usar tecnología digital en sus clases de matemáticas; (iv) el efecto de la comunicación *on line*, la inteligencia artificial y las redes sociales en la educación matemática; (v) el diseño de tareas mediadas por tecnología digital para la actividad matemática; y (vi) la formación de profesores para enfrentar los avances tecnológicos que influyen procesos educativos (Drijvers, 2013; Hoyles, 2018; Borba, Askar, Engelbrecht, Gadanidi, Llinares y Aguilar, 2017; Bray y Tangney, 2017; Tondeur, van Braak, Ertmer y Ottenbreit-Leftwich, 2017).

En los últimos diez años, la línea de investigación se ha desarrollado en varias vías. En una revisión que hicieron Sinclair y Yerushalmy (2016) sobre los trabajos presentados en el Congreso Internacional de Psicología de la Educación Matemática (*PME*), ella identificó las siguientes tendencias: (i) *Herramientas personales móviles en Educación Matemática*, tales como las calculadoras, los celulares y las posibilidades que brindan de conectividad, de captura y manipulación de imágenes y datos y de uso de sistemas de ubicación (Roschelle, Patton y Tatar, 2007); (ii) *Diseños tangibles para favorecer experiencias matemáticas*, a través de formas visuales, cinéticas y hápticas de vivir experiencias matemáticas “corporeizadas” (Robutti, 2005; Botzer y Yerushalmy, 2008); (iii) *Tecnología táctil*, como las tabletas digitales o los monitores, que ofrecen experiencias sensoriales de interacción con las representaciones matemáticas, promoviendo acercamientos intuitivos a la exploración individual y colectiva de ideas matemáticas (Arzarello, Bairral y Dane, 2014; Ng, 2014; Sinclair and Pimm, 2014; Soldano, Arzarello and Robutti, 2015). (iv) *Tecnología social: la enseñanza y el aprendizaje en Red*, que favorece la socialización, colaboración y trabajo en grupos, posibilitando la configuración de comunidades de práctica, comunidades de aprendizaje y desarrollo de plataformas para compartir experiencias de enseñanza y aprendizaje y crear contenidos para la enseñanza (Borba y Zulatto, 2006); (v) *Tecnología digital y el aprendizaje*

visto como cambio en el discurso, en donde se examina el papel de mediadores tecnológicos en el discurso matemático de los estudiantes, como uno de los rasgos comunicativos (Berger, 2011; Kaur y Sinclair, 2014); (vi) *Tecnologías digitales abiertas*, tales como los programas de geometría dinámica, los sistemas algebraicos computacionales y las hojas de cálculo, que crean puentes entre la matemática experimental y la teórica, promoviendo procesos de exploración, conjeturación y justificación (Jungwirth, 2006; Leung y Or, 2007; Samper, Camargo, Perry y Molina, 2012; Sacristan y Kieran, 2006; Calder, 2009); (vii) *Diseño de tareas mediadas con tecnología digital*, que se centran en el papel y el potenciar que tiene la tecnología digital en la educación matemática básica y media en la formación de profesores (Leung y Baccaglini-Frank, 2017); (viii) *Formación de profesores y Tecnología digital*, que examinan el conocimiento pedagógico relacionado con el uso de tecnologías digitales en la clase de matemáticas (Rocha, 2013), las visiones que tienen los profesores sobre el uso de estas (Berger, 2012), el desarrollo profesional mediado por tecnologías digitales (Borba y Zulatto, 2006) o las prácticas de los profesores usando tecnología digital (Arzarello and Paola, 2007; Kieran, Guzman, Boileau, Tanguay and Drijvers, 2008; Herbst y Chazan, 2015).

Perspectivas o enfoques

La línea se ha desarrollado a partir de fundamento teóricos propios o con marcos de referencia generales que atienden diversos asuntos de la Educación Matemática. Estas bases teóricas generan diferentes perspectivas o enfoques para estudiar fenómenos asociados a las relaciones entre tecnología digital en Educación Matemática.

Algunos marcos de referencia especializados son: el Enfoque Instrumental, sugerido por Rabardel (1995), que permite profundizar en el potencial que tiene la tecnología digital cuando es vista y usada como instrumento que da acceso a objetos matemáticos y, en general, a objetos de conocimiento que se diseminan por diversos medios masivos, en tareas sociales y académicas; las teorías de la Abstracción Situada (Noss y Hoyles, 1996) y la Mediación Semiótica (Bartolini-Bussi y Mariotti, 2008) que se centran en la influencia de la tecnología digital como medio para expresar/concretar ideas matemáticas abstractas y disponer de signos útiles para producir significados y comunicarse matemáticamente; la Orquestación Instrumental (Drijvers, 2013; Trouche, 2004) que se enfoca en el papel del profesor cuando gestiona ambientes de enseñanza y aprendizaje en los que hace presencia la tecnología; el constructo Seres Humanos con Medios (Borba y Villareal,) con el que se explora fenómenos sociales de comunicación y difusión del saber matemático en diversas comunidades educativas; y

el Modelo de Tareas Tecno Pedagógicas (Leung y Baccaglini-Frank, 2017) que se enfoca en el diseño de tareas con tecnología digital.

Algunos marcos generales que han fundamentado trabajos sobre tecnología digital y educación matemática son: La Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007) que discute el papel del medio en la constitución del saber; y el Enfoque Comunicativo de Sfard (2008) que asume los mediadores como rasgos discursivos con los que se participa en comunidades de discurso.

Posicionamiento del grupo y asuntos de interés para las tesis

En el grupo de investigación Didáctica de la Matemática de la UPN hemos realizado avances investigativos bajo la mirada de la aproximación instrumental, la mediación semiótica y el modelo de diseño de tareas tecno-pedagógicas. Aspectos en los que se ha tenido desarrollo y nos interesa que sean focos y asuntos de interés en las tesis doctorales, se presentan en la siguiente tabla:

Focos	Asunto de interés	Referencias
El diseño curricular con tecnologías digitales para favorecer el aprendizaje de las matemáticas en diversos niveles educativos	Diseño de tareas con diferentes recursos digitales (software de geometría dinámica, diseño de apps, plataformas educativas, redes sociales, etc.)	Camargo, Samper y Perry (2006) Samper, Perry, Camargo y Ruiz (2006) Molina y Samper (2019) Romero y Camargo (2022)
Mediación de la tecnología digital en la actividad matemática	Papel de las herramientas digitales para enriquecer procesos de la actividad matemática	Camargo, Perry, Samper, Molina y Echeverry (2010) Camargo y Sandoval (2017) Sua y Camargo (2019) Sandoval y Camargo (2021)

Referencias

- Arzarello, F. y Paola, D. (2007). Semiotic games: The role of the teacher. *Proceedings of PME* 31(2), 17-24.
- Arzarello, F., Bairral, M. y Danè, C. (2014). Moving from dragging to touchscreen: Geometrical learning with geometric dynamic software. *Teaching Mathematics and its Applications*, 33(1), 39-51.
- Bartolini-Bussi, M.G. y Mariotti, M.A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. En L. English, M.G. Bartolini-Bussi, G.

- Jones, R. Lesh y D. Tirosh (Eds.), *Handbook of international re-search in mathematics education* (segunda edición revisada; pp. 746-783). Mahwah, EUA: Lawrence Erlbaum.
- Berger, M. (2011). Using mathematical discourse to understand students' activities when using GeoGebra. *Proceeding of PME 35(2)*, 137–144.
- Berger, M. (2012). One computer-based mathematical task, different activities. *Proceeding of PME 36(2)*, 59–66.
- Borba, M. y Zulatto, R. B. A. (2006). Different media, different types of collective work in online continuing teacher's education: Would you pass the pen please? *Proceedings of PME 30(2)*, 201–208.
- Borba, M., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidi, G., Llinares, S., y Aguilar, M. (2017). Digital technology in mathematics education: Research over the last decade. En G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs* (pp. 221–233). Springer.
- Borba, M.C. y Villarreal, M.E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation*. New York, EUA: Springer.
- Botzer, G. y Yerushalmy, M. (2008). Embodied semiotic activities and their role in the construction of mathematical meaning of motion graphs. *The International Journal for Computers in Mathematical Learning*, 13, 111–134.
- Bray, A. y Tangney, B. (2017). Technology usage in mathematics education research: A systematic review of recent trends. *Computers & Education*, 114, 255–273.
- Brousseau, G. (2007). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage (primera edición en francés, 1998).
- Calder, N. (2009). Visual tensions when mathematical tasks are encountered in a digital learning environment. *Proceedings of PME 33(2)*, 249–256.
- Camargo, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria*. (Tesis doctoral), Universitat de València, Valencia.
- Camargo, L.; Samper, C. y Perry, P. (2006). Una visión de la actividad demostrativa en geometría plana para la educación matemática con el uso de programas de geometría dinámica. *Lecturas Matemáticas*, volumen especial, 371- 383.
- Camargo, L.; Perry, P.; Samper, C.; Molina, O. y Echeverry, A. (2010). Uso de la función de *arrastre* para generar experiencias de aprendizaje de la demostración en geometría. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 27, 38 - 49.
- Camargo, L. y Sandoval, I. (2017). Acceso equitativo al razonamiento científico mediante la tecnología. *Revista Colombiana de Educación*, 73, 179 - 211.

- Clark-Wilson, A.; Robutti, O. y Sinclair, N. (2014). *The Mathematics Teacher in the Digital Era*. Springer.
- Drijvers, P. (2013). Digital technology integration in mathematics education: Why it works (or doesn't). *Proceedings of PME 8*(1), 1-20.
- Echeverry, A.; Molina, O.; Samper, C.; Perry, P. y Camargo, L. (2012). Proposición condicional: interpretación y uso por parte de profesores de matemáticas en formación. *Enseñanza de las Ciencias*. 30(1), 73-88.
- Ferrara, F.; Pratt, D. y Robutti, O. (2006). The role and uses of technologies for the reaching with technology. En A. Gutiérrez, y P. Boero, *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future* (págs. 237-274). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Herbst, P. y Chazan, D. (2015). Studying professional knowledge use in practice using multimedia scenarios delivered online. *International Journal of Research & Method in Education*, 38(3), 272-287.
- Hoyles, C. (2018). Transforming the mathematical practices of learners and teachers through digital technology. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 209-228.
- Jungwirth, H. (2006). Everyday computer-based maths teaching: The predominance of practical activities. *Proceedings of PME 30*(3), 377-384.
- Kaur, H. y Sinclair, N. (2014). Young children's thinking about various types of triangles in a Dynamic geometry environment. *Proceeding of PME 38 and PME-NA 36*, 3, 409-416.
- Kieran, C., Guzman, J., Boileau, A., Tanguay, D. y Drijvers, P. (2008). Orchestrating whole-class discussions in algebra with the aid of CAS technology (focus on teachers). *Proceedings of PME 32*(3), 249-256.
- Laborde, C.; Kynigos, C.; Hollebrands, K. y Strässer, R. (2006). Teaching and Learning Geometry with Technology. En A. Gutiérrez, y P. Boero, *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future* (págs. 275 - 304). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Leung, A. y Baccaglioni-Frank, A. (eds.) (2017). *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Task. Potential and Pitfalls*. Springer.
- Leung, A., & Or, C. M. (2007). From constructions to proof explanations in dynamic geometry environment. *Proceedings of PME 31*, 3, 177-184.
- Molina, O., y Samper, C. (2019). Tipos de problemas que provocan la generación de argumentos inductivos, abductivos y deductivos. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62).

- Ng, O.-L. (2014). The interplay between language, gestures, dragging and diagrams in bilingual learners' mathematical communications. *Proceeding of PME 38 and PME-NA 36(4)*, 289–296.
- Noss, R. y Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings*. Holanda: Kluwer.
- Rabardel, P. (1995). *Les Hommes et les Technologies, Approche Cognitive des Instruments Contemporains*. Paris: U. Série Psychologie.
- Robutti, O. (2005). Hearing gestures in modeling activities with the use of technology. En F. Olivero y R. Sutherland (Eds.), *Vision of mathematics education: Embedding technology in learning proceeding of the 7th international conference on technology in mathematics teaching, 2*, 252–261.
- Rocha, H. (2013). Knowledge for teaching mathematics with technology – A new framework of teacher knowledge. *Proceeding of PME 37(4)*, 105–112.
- Romero, L. y Camargo, L. (2022). Potencial del modelo de tareas tecno-pedagógicas para promover procesos de conjeturación en estudiantes universitarios. *PNA, 16(2)*, 141 – 166.
- Roschelle J., Patton, C. y Tatar, D. (2007). Designing networked handheld devices to enhance school learning. In M. V. Zelkowitz (Ed.), *Advances in computers, 70*, 1–60.
- Sacristan, A. I y Kieran, C. (2006). Bryan's story: Classroom miscommunication about general symbolic notation and the emergence of a conjecture during a CAS-based algebra activity. *Proceedings of PME 30(5)*, 1–8.
- Samper, C., Camargo, L., Perry, P., & Molina, O. (2012). Dynamic geometry, implication and abduction: A case study. *Proceeding of PME 36(4)*, 43–49.
- Samper, Perry, Camargo y Ruiz (2006). ¿Apoya Cabri la práctica de la justificación? *Epsilon*, 395 – 410.
- Sandoval, I. y Camargo, L. (2021). Aprendizaje de la equidistancia a través de la variación: un estudio con niños de primaria. *Enseñanza de las Ciencias, 39(2)*, 63 – 81.
- Sfard, A., (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Sinclair, N. y Pimm, D. (2014). Number's subtlet touch: Expanding finger gnosis in the era of multitouch technologies. *Proceeding of PME 38 and PME-NA 36(5)*, 209–216.
- Sinclair, N. y Yerushalmy, M. (2016). Digital technology in mathematics teaching and learning. En Á. Gutiérrez, G. C. Leder y P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, Sense Publishers, 235–274.
- Soldano, C., Arzarello, F., & Robutti, O. (2015). Learning with touchscreen devices: A game approach as strategies to improve geometric thinking. *Proceedings of CERME TWG 16*. Prague. Retrieved from <http://www.cerme9.org/products/wg16/>
- Sua, C. y Camargo, L. (2019). Geometría dinámica y razonamiento científico: Duó para resolver problemas. *Revista Educación Matemática, 31(1)*, 8 – 37.

- Tondeur, J., van Braak, J., Ertmer, P., & Ottenbreit-Leftwich, A. (2017). Understanding the relationship between teachers' pedagogical beliefs and technology use in education: A systematic review of qualitative evidence. *Educational Technology Research and Development*, 65(3), 555–575.
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.

Crítica y justicia social en la educación matemática¹

Presentación de la línea

Tal como lo expresa Valero (2012), el análisis del campo de la educación matemática a través de sus discursos permite identificar cómo se constituyen sistemas de razón que regulan lo que es posible pensar y hacer en él (Popkewitz, 2004), así como las posibilidades y limitaciones alternativas que se pueden construir ante las comprensiones y estructuras existentes. Estos discursos amplían las comprensiones de las prácticas. Teniendo en cuenta lo anterior, esta línea se inscribe en los discursos que promueven la crítica y la acción ciudadana para la justicia social por medio de prácticas educativas con las matemáticas.

En el desarrollo de esta línea de investigación se reconocen los trabajos de Cobb, Yackel y McClain (2000), Lave y Wenger (1991), Lerman (1996) quienes desarrollaron sus investigaciones en el análisis del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas relacionadas con el reconocimiento de la naturaleza social del aprendizaje. Estos autores plantearon considerar el valor social de sus relaciones, su localidad y los marcos discursivos disponibles en el entorno social y político. Con ello lograron afirmar que el aprendizaje debía ser considerado como un fenómeno comunicacional y de participación, así entran en sinergia aspectos de lo individual y lo colectivo. Según Boaler (1999), ha habido un reconocimiento cada vez mayor en las últimas dos décadas de que el contexto en el que se produce el aprendizaje afecta profundamente lo que se aprende y a quien aprende. De acuerdo con Planas y Gorgorio (2001), el aula de clase de matemáticas es un espacio social multicultural lleno de valores, creencias y expectativas en el cual se construyen significados y se generan las normas de actuación de

¹ Los documentos iniciales que caracterizaron esta línea estuvieron a cargo de los profesores Gloria García, Claudia Salazar, Nora Rojas, Gabriel Mancera, Francisco Camelo, durante el año 2012; a partir de allí la línea ha ido desarrollado.

los estudiantes. Sin embargo, estos significados están ligados a las vivencias y experiencias que los estudiantes tienen en un contexto más amplio que el de la escuela y a veces difieren o no son compatibles con los significados construidos en el contexto del aula (Alro y Skovsmose, 1996, citados en Planas y Gorgorio, 2001) o en el contexto científico. En este sentido, la tarea de educar en matemáticas puede ser entendida como una actividad política y moral en relación con cuestiones de valores, de poder, de autoridad y de legitimidad. De acuerdo con Boaler (1999), el papel de educar en matemáticas radica en su compromiso con las cuestiones de la justicia y la transformación social.

Desde la década de los años noventa se establecieron discursos que pretendían explorar y comprender la relación entre educación matemática y democracia en el marco de las ideas de la educación matemática crítica propuestas por Skovsmose (1999). Estas ideas se desarrollan con influencia de los trabajos de Mellin-Olsen (1987), en los que señala que la complejidad de la interpretación educativa y el discurso educativo debe enmarcarse en un marco sociológico amplio para comprender la educación matemática. También del trabajo de Dieter Volk (1975, 1979, citado por Skovsmose, 1999) quien integró una interpretación crítica de la emancipación a través de la educación matemática y se posiciona en el constructivismo para favorecer la comprensión de las matemáticas. Así, los discursos de la educación matemática crítica plantean asuntos como educación crítica, alfabetización matemática, competencias democráticas, carácter crítico de las matemáticas, poder formativo de las matemáticas, no neutralidad de las matemáticas y conocer reflexivo en la práctica educativa.

En ese reconocimiento de la no neutralidad de los sistemas educativos en general y de la enseñanza de las matemáticas en particular, se advierte que las prácticas matemáticas que se promueven en la escuela instauran en los estudiantes posicionamientos respecto al saber legítimo, la clase social, el género, la "raza", la etnia y la ciudadanía. La primera ola de la educación matemática crítica que propone Skovsmose la conforman los trabajos experimentales en educación que incluyen la educación matemática y que se pueden considerar verdaderamente críticos, por ejemplo, los trabajos de Damerow et al. (1974), Münzinger (Ed.) (1977), Niss (1977), Riess (Ed.) (1977), Volk (1975) y Volk (Ed.) (1979) (citados por Skovsmose, 1999, p. 69). Estos trabajos se identifican con dos tripletas conceptuales fundamentales, la primera y más obvia de las tripletas es *crítica, enseñanza y matemáticas*; la segunda terna es *competencia crítica, distancia crítica y compromiso crítico*. Como lo plantea Skovsmose (1999)

[...] En la medida en que tanto estudiantes como profesores adopten una orientación crítica frente al contenido tradicional y a las materias de la enseñanza,

con miras a desarrollar su competencia crítica al enfocarse en problemas fuera del universo educativo, debería darse una base de apoyo para su *compromiso crítico* con los esfuerzos educativos y sociales comunes[...] (p. 70)

Por su parte, la segunda ola desarrollada por Valero (2012) y colegas con una perspectiva sociopolítica o también llamada estudios de la política cultural de las matemáticas y la educación matemática, ha incorporado a las reflexiones sobre la red de prácticas de educación matemática aspectos relacionados con el poder que se ejerce con ellas sobre las estructuras sociales. Como lo plantean Valero y Pais (2015),

Uno de los primeros puntos de una segunda ola de crítica es el cuestionamiento mismo al privilegio de las matemáticas y la educación matemática como motores de la ciencia y la vida social. Más que ver la esencia de esas formas de conocimiento como la fuente de su posición preponderante, el foco analítico se vuelca hacia el entender históricamente y en el presente la conexión entre matemáticas, educación y poder en la constitución del ser moderno, para alcanzar la promesa de una población entrenada para ser una fuerza altamente productiva para una economía global, capitalista y competitiva (Valero y Pais, 2015, citado en Valero, Andrade y Montecino, 2015, p. 299)

En relación con estos asuntos de poder y de equidad, Popkewitz y Lindblad (2000) afirman que ciertos grupos sociales dominan y reprimen a otros grupos a través de procesos de producción cultural que se incorporan en la educación. Enfatiza en que las prácticas de enseñanza, en particular, insertan normas culturales y sociales y valores como legítimos. La consecuencia es delimitar la participación y producir patrones de marginación. La política y la mayoría de la investigación sobre la diversidad, el pluralismo cultural y los currículos eurocéntricos, giran en torno a ideas asociadas al poder.

De acuerdo con Civil, Díez y Giménez (2007), en trabajos recientes de Educación Matemática, aparece la idea de prácticas sociales exclusoras, en ellas hay que reconocer que no son las Matemáticas por sí mismas, las que generan procesos de exclusión en el aula y en la sociedad, sino que es la misma sociedad y las prácticas sociales y de aula las que excluyen mediante el uso de las matemáticas. Knijnik (2005, citada por Civil et al., 2007), analiza dos facetas en las que se llega a excluir, y se acaba por denominar *minorías* a dichos grupos: una de ellas se refiere a la exclusión de grupos sociales de las matemáticas y la otra se refiere a las políticas del conocimiento que ocultan las relaciones de poder que hacen que algunos contenidos se consideren legitimados o no para estar en un currículo.

Cabe destacar que Skovsmose (2007), desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, señala que los procesos de exclusión de la clase de matemáticas son procesos políticos, adjudicándoles dos razones: en primer lugar, porque en su mayoría son evidencia de las decisiones de los estudiantes en el marco de su porvenir, y en segundo lugar puesto que en la mayoría de los casos los desempeños de los niños y niñas se privatizan y personalizan *a priori*, en vez de considerar que sus condiciones particulares sean vistas como oportunidades para el aprendizaje en la estructura escolar, es decir, el contexto sociopolítico debe y puede abrir puertas para que los estudiantes perciban oportunidades de aprendizaje. Para Valero (2002), el contexto sociopolítico es definido como el espacio sociológico de nivel macro que influye en las interacciones más focalizadas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en un nivel micro como el salón de clase. Lo anterior muestra que hay una necesidad constante y urgente de investigación que avance en la comprensión de las cuestiones relacionadas con la enseñanza de las matemáticas y la sociedad.

Intereses de la línea en la comunidad académica

- Los asuntos de interés en la comunidad internacional que se relacionan con esta línea de investigación se pueden entretener entre las prácticas educativas matemáticas y aspectos como (la referencia principal es el balance de la mesa educación matemática y sociedad del ICMI 2008 y otros documentos que identificamos a nivel nacional):
- El género como una de las áreas de marcada desventaja estructural y que ha sido un foco de considerable atención de la investigación durante las últimas décadas (Barnes, 2000; Becker, 1996; Burton, 1999; Fennema, 1996; Forgasz et al., 2000; Grevholm & Hanna, 1995; Leder et al, 1999; Mendick, 2006, citados en ICMI, 2008). Esta preocupación llevó a la creación de una red de individuos y grupos afiliada al ICMI denominada Organización Internacional de la Mujer y Educación Matemática (IOWME) que ha estado activa durante más de veinte años.
- La "raza" y etnicidad y sus implicaciones en las prácticas educativas de las Matemáticas (Atweh, Forgasz, Nebres, 2001, Ladson-Billings, 1997, Powell, 2002). Vallojes-Chavéz (2017) plantea que las representaciones sociales dominantes (sobre el racismo) subyacen en prácticas de la educación matemática y determinan las experiencias matemáticas de los estudiantes y los resultados de aprendizaje, así como participan de la configuración de sus identidades.
- La clase social (Frankenstein, 1990; Povey & Boylan, 1988; Zevenbergen, 1999; Lubienski, 2002, citados en ICMI, 2008).

- La etnomatemática, con las investigaciones de Oliveras y Blanco (2016), Aroca Araujo (2018), Peña, Tamayo y Parra (2015), ha llevado a considerar que la creciente comprensión de la diversidad cultural se ha convertido en un reto para la red de prácticas de la educación matemática en la comunidad en general y en Colombia en particular.
- La equidad, en el marco de las ideas de Boaler (1999) sobre "equidad relacional". Según Boaler (1999), la idea de equidad relacional es cercana a la noción de "equidad o igualdad democrática" (Anderson, 1999), cuya preocupación no está relacionada con los resultados de pruebas u otras medidas de logro educativo con los que a menudo se ha ponderado la equidad, sino con la posición de un sujeto en la sociedad.
- La justicia social, para Gutstein (2006) la educación matemática debe permitir a los estudiantes leer y escribir el mundo utilizando las matemáticas, sobre todo a aquellos grupos sociales que han sido históricamente marginados, para crear alternativas de cambio en el mundo y superar las crecientes desigualdades sociales.
- Los valores democráticos. Según Skovsmose (1999; 2000) los jóvenes de hoy tienen que aprender a pensar matemáticamente, a desarrollarse como personas y a adquirir competencias democráticas necesarias para vivir como ciudadanos. Estas prácticas afectan profundamente la naturaleza de los conocimientos obtenidos, es decir, el cómo sabemos y cómo llegamos a conocer.

La importancia de estas investigaciones ha sido reconocida en las actividades científicas y programas de la ICMI (Comisión Internacional de Instrucción Matemática), organización que ha jugado un papel importante en abrir un espacio para la emergencia y el crecimiento del estudio de las cuestiones sociales, culturales, políticas y económicas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Perspectivas o enfoques

Esta línea reconoce tres enfoques:

El primer enfoque es el crítico que plantea la necesidad de comprender la constitución social y política de las prácticas de las matemáticas escolares.

El segundo, enfoque sociopolítico, el cual parte del principio planteado por Valero, Andrade y Montecino (2015) de considerar la educación matemática como una poderosa tecnología, en términos Foucaultianos, "para favorecer el modelado de determinadas

subjetividades en las personas y el desarrollo de ciertos paradigmas socioeconómicos y políticos”

Finalmente, el enfoque de enculturación matemática. Desde los planteamientos de Bishop (1999) se plantea la matemática como una manera de conocer y estudia la génesis cultural de las ideas matemáticas, es decir, la idea de las matemáticas como producto cultural, las prácticas y actividades sociales y relacionadas con el entorno que favorecen la creación conceptos matemáticos, los valores culturales subyacentes a las matemáticas.

Posicionamiento del grupo y asuntos de interés

Esta línea se aborda desde tres núcleos:

- Educación matemática y ciudadanía: ¿Cómo las prácticas de las matemáticas en la escuela instauran ciertas configuraciones de ciudadano?
- Educación matemática para la justicia social: ¿Cómo desde la educación matemática se aporta a la consolidación de la justicia social?
- Educación matemática para la paz: ¿Cómo desde las matemáticas escolares se comprenden los conflictos y se permite una justicia restaurativa?

De acuerdo con esos núcleos interesa en esta línea apoyar investigaciones que,

- Problematicen los modos en que las prácticas con las matemáticas educativas participan de la configuración de subjetividades y de una idea de ciudadanía que se configura en la escuela.
- Analicen prácticas escolares con las matemáticas que promuevan y propendan por la crítica de las estructuras sociales y prácticas culturales, en favor de velar por la justicia social.
- Aborden situaciones para comprender el conflicto armado colombiano garantizando la no repetición de hechos atroces, en el marco de la justicia restaurativa desde la educación matemática.

Referencias

- Anderson, E. (1999). What is the Point of Equality? Vol 109(2), 287-337
<http://www.jstor.org/stable/2989479>
- Aroca Araújo, A. (2018). *Matemáticas de orden social: Tensión entre las etnomatemáticas y cambios socioeconómicos del país*. Barranquilla: Editorial Universidad del Atlántico

- Atweh, B., Forgasz, H., & Nebres, B. (Eds.). (2001). *Sociocultural research on mathematics education: An international perspective*. Psychology Press.
- Bishop, A. (1999). Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona: Paidós.
- Boaler, Jo. (1999). Experiencing School Mathematics: Teaching Styles, Sex and Setting. *British Journal of Educational Studies* 47 (3): 289-291
- Civil, M. Díez, F & Giménez, J. (2007). Exclusión y Matemáticas. Elementos que explican la investigación actual en el área. En A. Ubiratan, *Educación Matemática y Exclusión* (págs. 19-37). Barcelona: GRAO.
- Cobb, E. Yackel y K. McClain (Eds.) (2000). Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and Writing the World with Mathematics: Toward a Pedagogy for Social Justice*. New York, NY: Routledge.
- ICMI (2008). *Mathematics Education and Society*. Working group #3. Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI. Rome, 5-8 March. Recuperado el 30 de marzo de 2023 de <https://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG3/WG3.html>
- Ladson-Billings, G. (1997). It Doesn't Add up: African American Students' Mathematics Achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(6), 697-708. <https://doi.org/10.2307/749638>
- Lave, J. y Wenger, E. (1991). *Situated learning: legitimate peripheral participation*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 133-150.
- Mellin-Olsen, S. (1987). The politics of mathematics education. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Oliveras, M., y Blanco-Álvarez, H. (2016) Integración de las Etnomatemáticas en el Aula de Matemáticas: posibilidades y limitaciones. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 30, n. 55, p. 455 - 480, ago. 2016
- Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C., & Parra, A. (2015). Una visión latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 18(2), 137-150.
- Planas, R. & Gorgorio, S. (2001). Estudio de la diversidad de interpretaciones de la norma matemática en un aula multicultural. *Enseñanza de las ciencias*, 19(1), pp. 135-150.

- Popkewitz, T. (2004). School subjects, the politics of knowledge, and the projects of intellectuals in change. En P. Valero and R. Zevenbergen (Eds.) *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: issues of power in theory and methodology*, (pp. 251-267)
- Popkewitz, T. S., & Lindblad, S., (2000). Educational governance and social inclusion and exclusion: Some conceptual difficulties and problematics in policy and research, *Discourse*, 21(1), 5-54.
- Powell, A. (2002) Ethnomathematics and the challenges of racism in mathematics education. *Proceedings of the 3rd International Mathematics Education and Society Conference*, Denmark.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica*. una empresa docente. Universidad de los Andes. Bogotá.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*. 6(1), 3-26.
- Skovsmose, O. (2007). Mathematical literacy and globalisation. *Internationalisation and globalisation in mathematics and science education*, 3-18.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la Educación Matemática para la democracia. *Cuadrante*, 11(1).
- Valero, P. (2012). La educación matemática como una red de prácticas sociales. En: Valero, P.; Skovsmose, O. (Eds.): *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Uniandes.
- Valero, P.; Andrade-Molina, M.; Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 287-300.
- Valoyes-Chávez, L. (2017). Inequidades raciales y educación matemática. *Revista Colombiana de Educación*, (73), 129-152. <https://doi.org/10.17227/01203916.73rce127.150>

Narrativas y diversidad en la educación matemática

Presentación de la línea

La investigación en perspectiva narrativa ha tomado fuerza en la educación en general y en la educación matemática en particular, pues a partir de los relatos de los sujetos que coinciden en el escenario escolar se pueden comprender realidades que por otro medio sería imposible. La investigación desde esta perspectiva pretende superar la dicotomía entre lo subjetivo y lo institucional, por considerar que las voces de los sujetos y los contextos de actuación hacen parte de la misma realidad. También reivindica las identidades de los sujetos desde su propio valor y, por tanto, independiente de las miradas de los investigadores (Márquez, Cortés, Leite y Espinosa, 2019). Como lo plantean Porta y Méndez (2021),

es la movilización de los propios sujetos, a partir de la invocación a narrar(se), que conjuga el reconocimiento de sí mismo como sujeto portador de significados, desde relatos situados que se caracterizan por dimensionalidades puestas en territorios, temporalidades y socialidades diversas que hacen de la experiencia la condición sensible y vital que otorga sentido a esta posición (p. 335).

De acuerdo con lo anterior entendemos que,

la investigación narrativa supone una forma de conocimiento que interpreta la realidad, educativa en nuestro caso, desde una óptica en particular: la de la identidad como una forma de aprendizaje de los contextos en los que los sujetos viven y los modos como los narramos en un intento de explicarnos el mundo en que vivimos (Rivas, 2010, p. 18).

Distintos trabajos (Salazar, 2021; Guerrero-Recalde, 2019; Acevedo y Burgos, 2016; Lezama, 2016) han venido reconociendo que hay una relación estrecha entre la experiencia de enseñar o aprender matemáticas y su narración, pues al narrar-nos comprendemos no solo los acontecimientos, espacialidades y temporalidades que configuran dicha experiencia, también construimos posibilidades de transformación. Whyte (1981, citado por Gudmundsdottir, 2012) afirma que el vínculo entre conocimiento y práctica pedagógica solo es posible a través de la narración. Para Whyte el profesor con su práctica pedagógica puede conservar la naturalidad de las situaciones escolares e impactar determinantemente en la evolución de los procesos de enseñanza-aprendizaje, pero ello implica una estrecha vinculación entre conocimiento y práctica profesional, que solo se posibilita a través de la narración. Para McEwan (2012) “una explicación hermenéutica del raciocinio práctico [...] disuelve el dualismo entre teoría y práctica” (p. 252).

Desde esta perspectiva, reconocer que el sujeto que se narra es diverso no solo desde sus estilos de enseñanza o aprendizaje, nos lleva a considerar la diversidad como una categoría necesaria para comprender el fenómeno educativo.

Algunas investigaciones (Castro y Torres, 2017; Bermúdez, Gutiérrez y Wagner, 2018; Fuentes, 2022; Alsina y Planas, 2008, Alvarado, García, Imbachí y Zúñiga, 2016), plantean que pensar la educación matemática desde y para la diversidad implica un compromiso por superar las definiciones que encasillan en grupos poblacionales o con características particulares, si nos enfocamos en ellas estaríamos hablando de diferencia, así,

con todo, la diversidad no puede reducirse a diferencias en los estilos de aprendizaje, ni ha de pensarse principalmente desde esta perspectiva. La diversidad no es una simple cuestión de preferencias, características individuales o condiciones culturales. Hay un referente social que debe tenerse en cuenta. Cuando se contrapone la diversidad a la normalidad, se da poder al grupo mayoritario y se pide a los otros grupos que se ajusten a las normas reconocidas en el contexto en donde se los valora (Alsina y Planas, 2008, p.116).

Por tanto, pensar la diversidad desde la educación matemática refiere a la posibilidad de cerrar y superar las brechas que se tienen entre el saber matemáticas o no saberlas, lo primero puede poner a los sujetos en un lugar de privilegio, tal como lo plantea Giménez, Diez-Palomar y Civil (2007), “la educación matemática es una de las puertas que da acceso a recursos para estar en situación de elegir diferentes opciones de vida que permiten situarse en la parte privilegiada de la sociedad” (p. 9).

Intereses de la línea en la comunidad académica

Los asuntos de interés en la comunidad internacional que se relacionan con esta línea de investigación han abordado asuntos como:

- Las narrativas de profesores de matemáticas para la comprensión de sus dimensiones del ser, hacer y saber (Salazar, 2021; Salazar y Guacaneme (2023 en prensa); CoDIME, 2022, Cadavid y Jaramillo, 2015)
- La formación de profesores de matemáticas que atiendan a poblaciones en contextos de diversidad (Bonilla, León, Romero, Gil, Sánchez, Castro y Torres, 2019; León, Bonilla, Romero, Gil, Correal, Ávila, y otros, 2013; Font, Breda, Giacomone y Godino, 2018)
- Las narrativas que se suscitan a partir de las distintas experiencias en el aula de matemáticas, y que develan la identidad de sujetos singulares y diversos (Rodríguez y Torres, 2013; Torres, 2011; Castro Cortés y Torres Puentes, 2017)
- Nuevas formas de hacer matemáticas de grupos poblacionales específicos, que muestren formas otras de comprender el mundo y transformarlo (Giménez, Diez-Palomar y Civil, 2007; Alsina y Planas, 2008).

El interés de esta línea, en particular, recoge los desarrollos de las investigaciones anteriormente referenciadas, centrándose en la perspectiva narrativa para comprender la diversidad encarnada en los actores que confluyen en el espacio y tiempo propios de la red de prácticas de la educación matemática.

Perspectivas o enfoques

Esta línea se aborda desde dos perspectivas. La perspectiva de la investigación narrativa en educación (Blanco, 2011; Rivas, Márquez, Leite, Calvo, Mortagón y Prados, 2019) y en la formación de profesores de matemáticas (Salazar, 2021). Desde esta perspectiva se entiende que la narrativa tiene un vínculo estrecho con las experiencias escolares de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, por ello se privilegia la hermenéutica de la narrativa (Ricoeur, 1999), como una forma de adentrarse en la comprensión de los acontecimientos, las espacialidades, las temporalidades, los rasgos simbólicos, etc., que develan dicha experiencia.

La otra perspectiva desde la que se trabaja esta línea es desde lo crítico de la educación (Freire, 1998; Giroux y McLaren, 1989), que asegura relaciones equitativas y dialógicas en el aula. Reconocer que en el aula de matemáticas emerge un encuentro de saberes, de subjetividades, de culturas, de significados, etc., permite avanzar en propuestas investigativas que tengan en cuenta la diversidad, la inclusión y la superación de barreras como un asunto prioritario.

Posicionamiento del grupo y asuntos de interés

Esta línea se centra en dos núcleos:

- Subjetividad política y educación matemática: ¿Cómo las narrativas permiten comprender las formas en las que la educación matemática aporta a la constitución de un sujeto político?
- Educación matemática y diversidad: ¿Cómo las narrativas permiten comprender las prácticas de educación matemática en contextos escolares que podrían configurar un sujeto diverso?

De acuerdo con los núcleos, en esta línea interesa acompañar investigaciones que:

- Analicen las narrativas que emergen en el aula de matemáticas y da lugar a un sujeto (profesor, estudiante, padre de familia, etc.) único, singular y diverso.
- Diseñen, gestionen y evalúen propuestas innovadoras que atiendan la diversidad propia del aula de matemáticas.
- Problematicen la atención de la discapacidad en el aula de matemáticas y se aporte a la configuración de una educación matemática que acoja la diversidad.

Referencias

- Acevedo, J. y Burgos, S. (2016). *Narrativas sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas*. Campinas (Brasil): CEIPARI.
- Alsina, A. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuesta para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.
- Alvarado Zúñiga, A., García, M. E., Imbachí Medina, L. F., & Zúñiga Argote, C. R. (2016). La atención a la diversidad en el área de matemáticas, una cuestión metodológica. *Plumilla Educativa*, 18(2), pp. 189–205. <https://doi.org/10.30554/plumillaedu.18.1964.2016>
- Bermúdez, E. A., Gutiérrez Zuluaga, H., & Wagner Osorio, G. (2018). Formación de profesores para una educación matemática en y para la diversidad. *Sophia*, 14(1), 65-74. <https://doi.org/10.18634/sophiaj.14v.1i.823>
- Blanco, M. (2011). Investigación narrativa: una forma de generación de conocimientos. *Argumentos*, 24(67), 135-156.
- Bonilla, M., León, O., Romero, J., Gil, D., Sánchez, A., Castro, C. y Torres, E. (2019). *El diseño de ambientes de aprendizaje. La experiencia de la comunidad Alter-Nativa de educación matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de caldas.
- Cadavid, L. A., Jaramillo, D. V. (2015). Investigación narrativa. Un caso sobre la constitución de la subjetividad del sujeto maestro que enseña matemáticas. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 477-482. Recuperado a partir de <http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/98>
- Castro Cortés, C. C., y Torres Puentes, E. (2017). La educación matemática inclusiva: una experiencia en la formación de estudiantes para profesor. *Infancias Imágenes*, 16(2), 295–304. <https://doi.org/10.14483/16579089.9953>
- CoDIME (2022). *Investigar en Matemática educativa. Memoria Colectiva de una experiencia latinoamericana*. México, DocenMat Publicaciones.
- Fuentes, C. (2022). La Diversidad más allá de la Asimilación: Una Aproximación desde el Enfoque Sociopolítico en Educación Matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 15(1), 81-108. <https://doi.org/10.22267/relatem.22151.89>
- Font, V., Breda, A., Giacomone, B. y Godino, J. D. (2018). Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM). En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 23-38). Gijón: SEIEM.
- Freire, P. (1998). *La Pedagogía del Oprimido*. México: Siglo XXI
- Giménez, J., Díez-Palomar, J. y Civil, M. (2007). *Educación Matemática y Exclusión*. Barcelona: Editorial Graó.
- Giroux, H. & McLaren, P. (Eds.). (1989). *Critical Pedagogy, the State, and the Struggle for Culture*. New York: State University Press of Nueva York.

- Guerrero-Recalde, N. F (2019). Narrativas civilizatorias de la enseñanza de las matemáticas: lo que se mantiene, irrumpe y se transforma y el sujeto. *Revista Científica*, 34(1), 81-100. Doi: <https://doi.org/10.14483/23448350.13484>
- Gudmundsdottir, S. (2012). La naturaleza narrativa del saber pedagógico sobre los contenidos. En: H McEwan y K, Egan. *La narrativa en la enseñanza, el aprendizaje y la investigación* (pp. 52- 71). Buenos Aires: Amorrortu.
- León, O., Bonilla, M., Romero, J., Gil, D., Correal, M., Ávila, C. y otros (2013). Referentes curriculares con incorporación de tecnologías, para la formación de profesores de matemáticas en contextos de diversidad. En: *Referentes curriculares para la formación de profesores en las áreas de ciencias naturales, lenguaje, y comunicación, y matemáticas para poblaciones en contextos de diversidad*. (pp. 125-173) Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Lezama, J. (2016). Experiencia docente en matemáticas: narrativas para la construcción de un discurso académico. *Perfiles educativos*, 38(spe), 87-100. Recuperado en 16 de marzo de 2023, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982016000500087&lng=es&tlng=es.
- Márquez García, M. J., Cortés González, P., Leite Méndez A. y Espinosa Torres, I. (Coords). (2019). *Narrativas de vida y educación. Diálogos para el cambio social*. Barcelona: Octaedro.
- McEwan, H. (2012). Las narrativas en el estudio de la docencia. En: H McEwan y K, Egan. *La narrativa en la enseñanza, el aprendizaje y la investigación* (pp. 52- 71). Buenos Aires: Amorrortu.
- Porta, L. y Méndez, J. (2021). Presentación. Investigación Narrativa y Biográfico-Narrativa en Educación. Transposiciones: la investigación narrativa como estética relacional y ética nómada". *Espacios en Blanco. Revista de Educación*, 2(31), 335-339.
- Ricoeur, P. (1999). *Historia y narratividad*. Barcelona, Ed. Paidós.
- Rivas, J (2010). Narración, conocimiento y realidad. Un cambio de argumento en la investigación educativa. En *Voz y educación. La narrativa como enfoque de interpretación de la realidad*. (pp. 17-36) Madrid: Octaedro.
- Rivas, J. I., Márquez, M., Leite, A., Calvo, P., Martagón, V. y Prados, M. (2019). Indagación biográfica y construcción de narrativas transformadoras. En C. Brandao, J. Carvalho, R. Arellano, C. Baixinho, y J. Ribeiro, A prática na investigacao Qualitativa: exemplos de estudos (Vol. 3, pp. 65-86). Aveiro: Ludomedia.
- Rodríguez Pedraza, G. E., & Torres Puentes, E. (2013). La noción de fracción como cociente: una propuesta de aula para niños sordos. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 7(2), 26-41. <https://doi.org/10.18359/reds.678>
- Salazar, C (2021) *Narrativas de profesores de matemáticas sobre su experiencia profesional y de formación: Aproximación a las subjetividades emergentes*. Tesis doctoral. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Salazar y Guacaneme (2023 en prensa). Memorias cátedra doctoral. Universidad Pedagógica Nacional. Fondo editorial UPN.
- Torres Puentes, E. (2011). Las relaciones aditivas en un aula integrada: el caso de la deficiencia auditiva. *Nodos y Nudos*, 3(30). <https://doi.org/10.17227/01224328.957>

Formación del profesor de matemáticas

Presentación de la línea

En los tres lustros de cierre de siglo se dirigió una mirada investigativa especializada a la caracterización del pensamiento y conocimiento del profesor y justo antes del cambio de siglo en el campo Educación Matemática se especificó esta perspectiva al caso del profesor de matemáticas. En esta dirección vale destacar, a modo de evidencias de lo inmediatamente planteado, que en 1994 se publicó, bajo el título *Professional development for teachers of mathematics*, un libro de la serie *Yearbook* del *National Council of Teachers of Mathematics* y en 1998 la Revista UNO publicó un monográfico titulado “El profesor de matemáticas como profesional”; especial atención merece también la publicación en enero de 1998 del primer número del *Journal of Mathematics Teacher Education*, la aparición al año siguiente de la revista de Australasia *Mathematics Teacher Education and Development* y de los dos primeros artículos de la revista estadounidense *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*. Durante las primeras décadas del *siglo XXI* la línea de investigación ha tenido amplios desarrollos que se recogen en diversas publicaciones; entre ellas es preciso destacar los cuatro volúmenes de un *Handbook* (Jaworski & Wood, 2008; Krainer & Wood, 2008; Sullivan & Wood, 2008; Tirosh & Wood, 2008), el decimoquinto Estudio ICMI (Even & Ball, 2009), dos pronunciamientos de la *Conference Board of the Mathematical Sciences* (CBMS, 2001, 2012) y un estudio internacional (Tatto et al., 2008; Tatto et al., 2012).

Así, hoy es claro que en el campo Educación Matemática emergió una línea de investigación en torno a la *Formación del profesor de matemáticas* (traducción de la expresión “*Mathematics Teacher Education*” empleada en la tradición anglosajona). A través de esta línea se ha buscado fundamentar, acompañar y desarrollar científicamente la acción formativa de profesores de matemáticas y su actuación docente en el sistema de prácticas de la educación matemática; con ello, se ha pretendido contribuir a la calidad de la educación matemática de los niños, jóvenes y adultos que participan en los procesos educativos en todos los niveles escolares en los que intervienen los profesores de matemáticas.

Intereses de la línea en la comunidad académica

La línea *Formación del profesor de matemáticas* cuenta con importantes desarrollos en relación con la elaboración de modelos analíticos del conocimiento del profesor de matemáticas y de las competencias docentes, contruidos bajo el interés de caracteri-

zarlo. Algunos de los modelos priorizan como componentes los conocimientos matemático y didáctico del contenido matemático (Ball, Lubienski, & Mewborn, 2001; Ball, Thames, & Phelps, 2008; Carrillo-Yañez et al., 2018; Godino, Giacomone, Batanero, & Font, 2017; Scheiner, Montes, Godino, Carrillo, & Pino-Fan, 2019; Stacey, 2008; Thames & Ball, 2010). Otros modelos proponen componentes del conocimiento que trascienden lo estrictamente relacionado con lo matemático o lo didáctico, al asignar un lugar importante al conocimiento sobre la acción educativa (Rowland, 2012; Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2005; Thwaites, Jared, & Rowland, 2011), sobre la “proficiencia” docente (Lindmeier, 2011; Pino-Fan, Castro, & Moll, 2022; Schoenfeld & Kilpatrick, 2008), sobre saberes sociales relacionados con las matemáticas (Mercado Maldonado, 1991, 2002) o sobre otros componentes del conocimiento (Blanco-Álvarez, 2017; Guacaneme, 2016; Morales Rozo, 2016).

Asimismo, en esta línea de investigación se ha desarrollado un considerable número de investigaciones en torno al quehacer docente en el aula de matemáticas y a los procesos de reflexión en/para/desde la práctica profesional del profesor de matemáticas como fuente de conocimiento y desarrollo profesional (Jao, Sahmbi, & Huang, 2020; Parada, Figueras, & Pluinage, 2011; Parada & Pluinage, 2014; Potari, Sakonidis, Chatzigoula, & Manaridis, 2010). Esta temática tuvo un singular punto de desarrollo en el decimoquinto Estudio ICMI (Even & Ball, 2009) y particularmente en los documentos reportados en la segunda sección del libro, titulada “*Learning in and from Practice*”. Además del quehacer docente en el aula, se ha estudiado el papel que desempeñan los profesores de matemáticas en las actividades escolares con la comunidad educativa y con las comunidades profesionales (Bakogianni & Potari, 2019; Beilstein et al., 2021; De Jesus, De Costa Trindade Cyrino, & De Oliveira, 2020; Kim, 2020; Matranga & Silverman, 2022).

Recientemente, ha tomado fuerza la investigación en relación con lo que otrora se llamó “el dominio afectivo” del profesor de matemáticas (McLeod, 1992) y que hoy refiere, fundamentalmente, a la subjetividad del profesor de matemáticas. Esta se despliega en asuntos de tipo actitudinal (Asempapa, 2022; Shahbari & Abu-Alhija, 2018; Zengin, 2017), axiológico (Dede, 2011; Levenson, 2022), emocional (García-González, 2020; García-González & Ramos-Silverio, 2020; García-González & Sierra, 2020) y sociopolítico (Felton-Koestler, 2017; Tan & Padilla, 2019).

En suma, en esta línea se investiga sobre las dimensiones *saber*, *hacer* y *ser* del profesor de matemáticas y sobre sus interrelaciones, aunque también se han venido adelantando estudios en relación con tales dimensiones e interrelaciones para el caso del formador de profesores de matemáticas (Amador, 2016; Bell, Lolkus, Newton, &

Willey, 2021; Beswick & Goos, 2018; Carney et al., 2019; Chick & Beswick, 2018; Jankvist, Clark, & Mosvold, 2020; Li & Castro Superfine, 2018; Lin, Yang, Hsu, & Chen, 2018; Lloyd, de Carle, & Coon-Kitt, 2021; Masingila, Olanoff, & Kimani, 2018).

Perspectivas o enfoques

Las dimensiones *saber, hacer y ser* y sus interrelaciones establecen tanto objetos como perspectivas o enfoques en la línea de investigación. No obstante lo anterior, se identifican al menos dos maneras alternativas de organizar las temáticas de investigación.

Una de ellas obedece a clasificar o ubicar la investigación de acuerdo con los “momentos” en que la formación de profesores de matemáticas ocurre. Bajo esta óptica usualmente se reconocen como momentos: la formación profesional inicial, la formación continua y la formación avanzada; a estos se puede agregar uno que cronológicamente los antecede, pero que no obedece a la formación profesional sino a la formación escolar básica. La formación profesional inicial mayoritariamente se construye al cursar y aprobar un pregrado y, para algunos casos de profesores de primaria, en los programas de las Escuelas Normales Superiores. La formación continua se refiere a la lograda a través de participar en diplomados, asistir a cursos libres, cursar programas no conducentes a título, aprender de manera autodidacta, participar en grupos de estudio o en comunidades de aprendizaje, asistir a eventos académicos, etc. La formación avanzada alude a aquella que se consigue al cursar un programa de posgrado que naturalmente conduce a la obtención de un título (*v.g.*, especialización, maestría, doctorado). La formación escolar básica refiere fundamentalmente, pero no exclusivamente, a las experiencias vividas en el marco de la educación básica como estudiante de matemáticas y que configuran un trasfondo y herramienta para los demás “momentos” de la formación y ejercicio profesional docente.

La otra manera de organizar las temáticas de investigación acude a dos macro objetos de investigación aludidos antes y a dos sistemas didácticos de actuación. Los macro objetos son la identidad del profesor de matemáticas y la identidad del formador de profesores de matemáticas. Los sistemas didácticos se corresponden con el ámbito escolar en el que ocurre la educación básica para los miembros de la sociedad y con el ámbito universitario (o de las Escuelas Normales Superiores) en el que se propicia la formación profesional inicial, continua o avanzada. La especificidad de estos cuatro elementos, así como los ocho conjuntos de interrelaciones que se establecen entre estos, constituyen marcos de ubicación y organización de la investigación en la línea. Así, por ejemplo, el estudio de las tareas que se diseñan y ejecutan en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas se ubican en el sistema didáctico del ámbito universitario. Los efectos de estas en el saber del futuro profesor se ubican en la

interrelación de dicho sistema con la identidad del profesor de matemáticas. El proceso de diseño y puesta en escena de tales tareas se ubica en la interrelación de la identidad del formador de profesores con el sistema didáctico en el ámbito universitario.

Posicionamiento del grupo y asuntos de interés para las tesis

En el grupo de investigación *Research on Mathematics Teacher Education* [RE-MATE] de la UPN se han realizado avances investigativos a través de proyectos de investigación y de tesis o trabajos de grado. Las temáticas de estos han sido variadas y, de manera panorámica, corresponden con: el lugar de la Historia, Filosofía y Didáctica de las Matemáticas en el conocimiento del profesor de Matemáticas, el conocimiento del formador de profesores de matemáticas, el papel de la reflexión docente sobre las dimensiones de la identidad del profesor de matemáticas, las creencias del profesor de matemáticas y las tareas para la formación de profesores de matemáticas. En consideración de estos antecedentes temáticos objeto de investigación, interesa que la investigación en la línea se desarrolle en torno a los dos focos y asuntos presentados en la siguiente tabla:

Focos	Asunto de interés	Referencias
La identidad del profesor de matemáticas	Configuración de las dimensiones (saber, hacer y ser) de la identidad del profesor de matemáticas. Interrelaciones entre las dimensiones de la identidad del profesor de matemáticas.	Adicional a las referencias reportadas en el título " <i>Intereses de la línea en la comunidad académica</i> " (salvo en su párrafo final) se recomienda consultar la conferencia (Guacaneme Suárez & Salazar Amaya, 2022)
La identidad del formador de profesores de matemáticas	Configuración de las dimensiones (saber, hacer y ser) de la identidad del formador de profesores de matemáticas. Interrelaciones entre las dimensiones de la identidad del formador de profesores de matemáticas.	(Amador, 2016; Bell et al., 2021; Beswick & Goos, 2018; Carney et al., 2019; Chick & Beswick, 2018; Jankvist et al., 2020; Li & Castro Superfine, 2018; Lin et al., 2018; Lloyd et al., 2021; Masingila et al., 2018)

Referencias

- Amador, J. (2016). Professional Noticing Practices of Novice Mathematics Teacher Educators. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(1), 217-241.
- Asempapa, R. S. (2022). Examining Practicing Teachers' Knowledge and Attitudes toward Mathematical Modeling. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 10(2), 272-292.

- Bakogianni, D., & Potari, D. (2019). Re-sourcing secondary mathematics teachers' teaching of statistics in the context of a community of practice. *The Journal of Mathematical Behavior*, 56, 100699. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.03.006>
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem on teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). New York: Macmillan.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. C. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Beilstein, S. O., Henricks, G. M., Jay, V., Perry, M., Bates, M. S., Moran, C. G., & Cimpian, J. R. (2021). Teacher voices from an online elementary mathematics community: examining perceptions of professional learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(3), 283-308. doi:10.1007/s10857-020-09459-z
- Bell, T., Lolkus, M., Newton, J., & Willey, C. (2021). Exploring Power and Oppression: An Examination of Mathematics Teacher Educators' Professional Growth. *Mathematics Teacher Educator*, 9(3), 184-201.
- Beswick, K., & Goos, M. (2018). Mathematics teacher educator knowledge: What do we know and where to from here? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(5), 417-427. doi:10.1007/s10857-018-9416-4
- Blanco-Álvarez, H. (2017). *Elementos para la formación de maestros de matemáticas desde la etnomatemática*. (Doctorado en Ciencias de la Educación), Universidad de Granada, Granada. Retrieved from <http://hdl.handle.net/10481/47630>
- Carney, M. B., Brendefur, J. L., Hughes, G., Thiede, K., Crawford, A. R., Jesse, D., & Smith, B. W. (2019). Scaling professional development for mathematics teacher educators. *Teaching and Teacher Education*, 80, 205-217. doi:<https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.01.015>
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., . . . Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. doi:10.1080/14794802.2018.1479981
- CBMS. (2001). *The Mathematical Education of Teachers*: American Mathematical Society - Mathematical Association of America.
- CBMS. (2012). *The Mathematical Education of Teachers II*: American Mathematical Society - Mathematical Association of America.
- Chick, H., & Beswick, K. (2018). Teaching teachers to teach Boris: a framework for mathematics teacher educator pedagogical content knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(5), 475-499. doi:10.1007/s10857-016-9362-y

- De Jesus, C. C., De Costa Trindade Cyrino, M. C., & De Oliveira, H. M. (2020). Mathematics teachers' learning on exploratory teaching: Analysis of a multimedia case in a community of practice. *Acta Scientiae*, 22(1), 112-133. doi:10.17648/acta.scientiae.5566
- Dede, Y. (2011). Mathematics Education Values Questionnaire for Turkish Preservice Mathematics Teachers: Design, Validation, and Results. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(3), 603-626.
- Even, R., & Ball, D. L. (2009). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study* Springer.
- Felton-Koestler, M. D. (2017). Mathematics education as sociopolitical: prospective teachers' views of the What, Who, and How. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(1), 49-74. doi:10.1007/s10857-015-9315-x
- García-González, M. S. (2020). Desarrollo del conocimiento emocional en matemáticas. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*(88), 17-23.
- García-González, M. S., & Ramos-Silverio, J. (2020). Perfil emocional de docentes de matemáticas. *Uniciencia*, 34(2), 137-152. doi:<http://dx.doi.org/10.15359/ru.34-2.8>
- García-González, M. S., & Sierra, G. M. (2020). The History of a Teacher's Relief of His Mathematics Anxiety: The Case of Diego. *Educational Studies in Mathematics*, 103(3), 273-291.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. [Onto-Semiotic Approach to Mathematics Teacher's Knowledge and Competences]. *Bolema*, 31(57), 90-113. doi:<https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Guacaneme, E. A. (2016). *Potencial formativo de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. (Doctorado Interinstitucional en Educación - Énfasis en Educación Matemática), Universidad del Valle, Santiago de Cali.
- Guacaneme Suárez, E. A., & Salazar Amaya, C. (2022). Aspectos esenciales en la constitución de la identidad del profesor de matemáticas como oportunidades y retos para la formación. *Catedra Doctoral en Educación y Pedagogía 2022-1: Educación en ciencias y matemáticas: contextos, desafíos y oportunidades*: Doctorado Interinstitucional en Educación - Sede Universidad Pedagógica Nacional.
- Jankvist, U. T., Clark, K. M., & Mosvold, R. (2020). Developing mathematical knowledge for teaching teachers: potentials of history of mathematics in teacher educator training. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(3), 311-332. doi:10.1007/s10857-018-09424-x
- Jao, L., Sahmbi, G., & Huang, Y.-S. (2020). Professional Growth Through Reflection and an Approximation of Practice: Experiences of Preservice Teachers as Teaching Assistants in a Secondary Mathematics Teaching Methods Course. *The Teacher Educator*, 55(1), 47-65. doi:10.1080/08878730.2019.1637986
- Jaworski, B., & Wood, T. (Eds.). (2008). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional*. (Vol. 4). Rotterdam: Sense Publishers.

- Kim, Y. (2020). Teacher Community for High School Mathematics Instruction: Strengths and Challenges. *Educational Studies in Mathematics*, 104(1), 105-125.
- Krainer, K., & Wood, T. (Eds.). (2008). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Participants in Mathematics Teacher Education: Individuals, Teams, Communities and Networks*. (Vol. 3). Rotterdam: Sense Publishers.
- Levenson, E. S. (2022). Exploring the Relationship between Teachers' Values and Their Choice of Tasks: The Case of Occasioning Mathematical Creativity. *Educational Studies in Mathematics*, 109(3), 469-489.
- Li, W., & Castro Superfine, A. (2018). Mathematics teacher educators' perspectives on their design of content courses for elementary preservice teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(2), 179-201. doi:10.1007/s10857-016-9356-9
- Lin, F.-L., Yang, K.-L., Hsu, H.-Y., & Chen, J.-C. (2018). Mathematics Teacher Educator-Researchers' Perspectives on the Use of Theory in Facilitating Teacher Growth. *Educational Studies in Mathematics*, 98(2), 197-214.
- Lindmeier, A. (2011). *Modeling and Measuring Knowledge and Competencies of Teachers: A Threefold Domain-Specific Structure Model for Mathematics*: Waxmann.
- Lloyd, G. M., de Carle, A., & Coon-Kitt, M. J. (2021). When You're with Me, I'm Learning: A Duoethnography of Teacher Educators' Identities in Relation to Observing Preservice Teachers' Emergent Mathematics Instruction. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 77-98.
- Masingila, J. O., Olanoff, D., & Kimani, P. M. (2018). Mathematical knowledge for teaching teachers: knowledge used and developed by mathematics teacher educators in learning to teach via problem solving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(5), 429-450. doi:10.1007/s10857-017-9389-8
- Matranga, A., & Silverman, J. (2022). An emerging community in online mathematics teacher professional development: an interactional perspective. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25(1), 63-89. doi:10.1007/s10857-020-09480-2
- McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.
- Mercado Maldonado, R. (1991). Saberes docentes en el trabajo cotidiano de los maestros. *Journal for the Study of Education and Development, Infancia y Aprendizaje*(55), 59-72.
- Mercado Maldonado, R. (2002). Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños. México, D. F.: Fondo de Cultura Económica. .
- Morales Rozo, N. (2016). *La Filosofía de las Matemáticas en el conocimiento del profesor de Matemáticas*. (Maestría en Docencia de la Matemática), Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, D. C.

- Parada, S. E., Figueras, O., & Pluvinage, F. (2011). Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 85-102.
- Parada, S. E., & Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 83-113.
- Pino-Fan, L. R., Castro, W. F., & Moll, V. F. (2022). A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher' Practice. *International Journal of Science and Mathematics Education*. doi:10.1007/s10763-022-10301-6
- Potari, D., Sakonidis, H., Chatzigoula, R., & Manaridis, A. (2010). Teachers' and researchers' collaboration in analysing mathematics teaching: A context for professional reflection and development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(6), 473-485. doi:10.1007/s10857-010-9161-9
- Rowland, T. (2012). Constrasting Knowledge for Elementary and Secondary Teaching. *For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education*, 32(1), 16-21.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 225-281.
- Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J., & Pino-Fan, L. R. (2019). What Makes Mathematics Teacher Knowledge Specialized? Offering Alternative Views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(1), 153-172.
- Schoenfeld, A., & Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (Vol. 2, pp. 321-354). Rotterdam: Sense Publishers.
- Shahbari, J. A., & Abu-Alhija, F. N. (2018). Does Training in Alternative Assessment Matter? The Case of Prospective and Practicing Mathematics Teachers' Attitudes toward Alternative Assessment and Their Beliefs about The Nature of Mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(7), 1315-1335.
- Stacey, K. (2008). Mathematics for Secondary Teaching. Four Components of Discipline Knowledge for a Changing Teacher Workforce. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.), *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development* (Vol. 1, pp. 87-113). Rotterdam: Sense Publishers.
- Sullivan, P., & Wood, T. (Eds.). (2008). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development*. (Vol. 1). Rotterdam: Sense Publishers.

- Tan, P., & Padilla, A. (2019). Prospective mathematics teachers' engagement with inclusive equity: An exploratory case study in anti-ableist sociopolitical grounding. *Teaching and Teacher Education*, 86, 102853. doi:<https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.06.007>
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Peck, R., & Rowley, G. (2008). *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M). Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics. Conceptual Framework*. East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University.
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., . . . Reckase, M. (2012). *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
- Thames, M. H., & Ball, D. L. (2010). What math knowledge does teaching require? *Teaching Children Mathematics*, 17(4), 220-229.
- Thwaites, A., Jared, L., & Rowland, T. (2011). Analysing secondary mathematics teaching with the Knowledge Quartet. *Research in Mathematics Education*, 13(2), 227-228. doi:10.1080/14794802.2011.585834
- Tirosh, D., & Wood, T. (Eds.). (2008). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*. (Vol. 2). Rotterdam: Sense Publishers.
- Zengin, Y. (2017). The effects of GeoGebra software on pre-service mathematics teachers' attitudes and views toward proof and proving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(7), 1002-1022. doi:10.1080/0020739X.2017.1298855

EQUIPO DE INVESTIGACIÓN QUE SOPORTA EL ÉNFASIS

Grupos de investigación

El Énfasis recoge y se articula con la experiencia académica e investigativa de los grupos *Didáctica de la Matemática* (código Colciencias COL0003534), creado en 1997, y *Research on Mathematics Teacher Education [RE-MATE]* (código Colciencias COL0135776), creado en 2011.

El grupo *Didáctica de la Matemática*, coordinado por la doctora Leonor Camargo, actualmente está calificado con B según la última medición de Colciencias; en el año 2009 el grupo cobró carácter interinstitucional al constituirse un equipo con profesores de la Universidad Distrital. El grupo *RE-MATE*, dirigido por el doctor Edgar Guacane, fue reconocido y categorizado en D en una de las convocatorias de Colciencias.

Integrantes de los grupos

Los doctores a cargo del ÉEM-DIE-UPN, más específicamente de la dirección de tesis, son profesores de planta de la Universidad. Cuatro de ellos están adscritos al Departamento de Matemáticas de la UPN y una al Departamento de Psicopedagogía. En la tabla siguiente se presentan algunos detalles de los cinco doctores.

Nombres y apellidos	Título	Filiación	Grupo de investigación
Leonor Camargo Uribe	Doctora en Didáctica de las Matemáticas Universidad de Valencia (Valencia, España)	Profesora de planta. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional	Didáctica de la Matemática
Edgar Alberto Guacane Suárez	Doctor en Educación – Énfasis en Educación Matemática Universidad del Valle (Cali, Colombia)	Profesor de planta. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional	RE-MATE
Óscar Javier Molina Jaime	Doctor en Educación Matemática Universidad de Los Lagos (Osorno, Chile)	Profesor de planta. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional	Didáctica de la Matemática
Claudia Salazar Amaya	Doctora en Educación – Énfasis en Educación Matemática Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia)	Profesora de planta. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional	Didáctica de la Matemática

Nombres y apellidos	Título	Filiación	Grupo de investigación
Elizabeth Torres Puentes	Doctora en Educación – Énfasis en Lenguaje y Educación Universidad Distrital Francisco José de Cal- das (Bogotá, Colombia)	Profesora de planta. Departamento de Psico- pedagogía. Universidad Pedagógica Nacional	Didáctica de la Matemática

Para el diseño y desarrollo de seminarios para el DIE-UPN, bien sea de énfasis o de formación pedagógica general, además de los profesores antes referidos se cuenta con un grupo de profesores de planta, catedráticos o que actualmente tienen filiación con otras instituciones de Educación Superior, pero que están o han estado vinculados a los grupos de investigación. A continuación, en la tabla, se presentan algunos detalles de los doctores.

Nombres y apellidos	Título	Filiación	Grupo de investigación
Gabriel Mancera	Doctor en Educación: Políticas Públicas y Pro- fesión Docente Universidade Federal de Minas Gerais (Minas Gerais, Brasil)	Profesor de planta. Universidad Distrital Francisco José de Cal- das	Didáctica de la Matemática
Ana Cecilia Agudelo Valderrama	Ph.D. in Mathematics Education Monash University (Melbourne, Australia)	Profesora de cátedra. Departamento de Mate- máticas. Universidad Pedagógica Nacional	RE-MATE
Francisco Javier Camelo Bustos	Doctor en Educación: Políticas Públicas y Pro- fesión Docente Universidade Federal de Minas Gerais (Minas Gerais, Brasil)	Profesor de planta. Universidad Distrital Francisco José de Cal- das. Profesor de cátedra. Departamento de Mate- máticas. Universidad Pedagógica Nacional	Didáctica de la Matemática
Jeannette Vargas Hernández	Doctorado en Educación Matemática Universidad de Salama- nca (Salamanca, Es- paña)	Profesora de planta. Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca	RE-MATE
José Leonardo Ángel Bautista	Doctor en Matemáticas Universidad de Los An- des (Bogotá, Colombia)	Profesor de planta. Departamento de Mate- máticas. Universidad Pedagógica Nacional	Grupo de Álgebra

Nombres y apellidos	Título	Filiación	Grupo de investigación
Paola Alejandra Balda Álvarez	Doctora en Educación. Universidad Santo Tomás (Bogotá, Colombia)	Profesora de planta. Secretaría de Educación de Soacha, Cundinamarca. Profesora de cátedra. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional	RE-MATE

REFERENCIAS

- Bartolini Bussi, M. G. & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom. Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. En L. English, M. Bartolini Bussi, G.A. Jones, R.A. Lesh y B. Sriraman (eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (segunda edición revisada, pp. 746-783). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Camargo, L. (2010). *Descripción y análisis de un caso de enseñanza y aprendizaje de la demostración en una comunidad de práctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria*. Valencia, Fondo editorial Universidad de Valencia.
- Clark, P. (2005). *The emergence of a classroom community of practice in a mathematical structures course*. Doctoral Dissertation. Department of Philosophy, Arizona State University.
- Guacaneme, E. A., Molina, Ó. J., Camargo, L. & Salazar, C. (2022). *Propuesta de énfasis en Educación Matemática*. Doctorado Interinstitucional en Educación – Sede Universidad Pedagógica Nacional.
- Hemmi, K. (2006). *Approaching Proof in a Community of Mathematical Practice*. Doctoral Dissertation. Department of Mathematics, Stockholm University.
- Lerman, S. (2000). The social turn in Mathematics Education Research. En J. Boaler (Editor). *Multiples perspectives on Mathematics Teaching and learning*. International perspectives on Mathematics education. Ablex Publishing.
- Sáenz-Ludlow, A. y Kadunz, K. (2016). *Semiotics as a Tool for Learning Mathematics*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Sfard, A. (2008). Sobre las metáforas de la adquisición y de la participación para el aprendizaje de las matemáticas. En A. Sfard, *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional* (P. Perry y L. Andrade, eds. y trads.) (pp. 23-37). Cali: Universidad del Valle.
- Valero, P. & Skovsmose, O. (2012). *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.